# Занятие по теме

# "Решение расчетных задач на сплавы, смеси и растворы различными способами"

# Истина не рождается в голове одного человека, она рождается между

# людьми, совместно ищущими, в процессе их диалогического общения

# М. М. Бахтин

**Цели занятия:** создание условия для выработки алгоритма решения задач на смеси, растворы и сплавы, нахождение различных способов решения такого рода задач.

***Задачи:***

* обобщить способы и методы решения задач на данную тематику;
* развивать умения применять ранее изученные нестандартные методы для решения данного типа задач;
* воспитание уверенности в себе, активности, умения работать в коллективе, стремление достигать поставленной цели, повысить информационную и коммуникативную компетентность учащихся.

**Оборудование:** компьютеры для решения тестов; мультимедийная установка для просмотра презентации.

**Методы**: тестирование, беседа.

**Формы обучения**: индивидуальная, работа в паре, групповая, коллективная.

**Подготовка к занятию:** повторение понятие процента, решение простейших задач на проценты, историческая справка про Л.Ф. Магницкого и его способ решение задач для смешивания трех веществ.

**Комментарий к уроку:** использование презентации Microsoft Power Point и

компьютерной программы «Диагностический контроль учебного процесса».

**План занятия:**

* **Оргмомент**

Задачи, которые мы будем решать, относятся к традиционным задачам математики. Они охватывают большой круг ситуаций: смешение товаров разной цены, жидкостей с различным содержанием соли, кислот разной концентрации, сплавление металлов с различным содержанием некоторого металла. Когда-то они имели исключительно практическое значение. В настоящее время эти задачи часто встречаются в тестах на выпускных экзаменах и на вступительных экзаменах в вузы.

* **Актуализация опорных знаний** (повторение определения процента и решения элементарных задач.)

**Тест1** (решается с использованием компьютерной программы)

# 1. Укажите неверное утверждение.

# а) урожая меньше 20% урожая

# б) урожая меньше 17% урожая

# в) урожая меньше 33% урожая

# г) урожая меньше 40% урожая

# 2. Автомобиль имеет длину 520 см .На рекламном плакате изображена его копия. Реальные размеры автомобиля относятся к размерам его копии как10:3. Найти длину автомобиля на плакате?

# а) 16 см б) 120 см в) 156 см г) 400 см

# 3. Соотнесите дроби, которые выражают доли некоторой величины и соответствующие им проценты

# а) б) в) 0,4 г) 0,04

# 1) 40% 2) 25% 3) 80% 4)4%

# 4. Поездка по железной дороге на новом экспрессе позволила сократить время в пути с 10 часов до 6 часов. На сколько процентов уменьшилось время поездки?

# а) на 60% б) на 40% в) примерно на 66% г) примерно на 34%.

# 5. Для смеси сухих трав взяли душицу и пустырник в отношении 13:7. Какой процент смеси составляет пустырник?

# а) 7% б) 70% в) 65% г) 35%

# После решения теста, учащиеся могут увидеть, какое задание было решено неправильно.

На данном занятии мы рассмотрим способы решения задач на смеси, растворы и сплавы. Для успешной работы нам понадобится повторить основные понятия по данной теме.

* **Основная часть**

**Вводная беседа Слайд 6**

В промышленности часто используют не чистые металлы, а их смеси – сплавы. В сплаве свойства разных компонентов удачно взаимно дополняются. В ситуациях образования одних сплавов из других обычно (если другое не оговорено в условии задачи) принимается закон сохранения массы: общая масса сплава равна сумме масс составляющих его частей (сплавов) и общая масса каждого вещества в сплаве равна сумме масс этого вещества во всех составляющих частях.

Раствор – это гомогенная система, состоящая из 2х или более веществ, содержание которых можно изменить в определенных пределах без нарушения однородности. Состав растворов обычно передается содержанием в них растворенного вещества в виде массовой доли или концентрации.

Терминология:

* процентное содержание вещества;
* концентрация или жирность вещества ;
* массовая доля вещества.

Концентрация раствора– это процент, который составляет масса вещества в растворе от массы раствора.

Жирность продукта - процентное содержание этого вещества в растворе.

Это отношение может быть выражено либо в дробях, либо в процентах.

Сумма массовых долей всех компонентов, составляющих смесь, очевидно, равна единице.

* А – вещество в сплаве (растворе, смеси)
* М – масса сплава (раствора, смеси)
* М**А** – масса вещества А в сплаве
* С**А** – концентрация вещества А в сплаве (в %) **,** доля вещества

Существуют разные способы, и подходы к решению задач на смеси, растворы и сплавы. Мы остановимся на следующих способах: решение с использованием таблиц; решение задач методом чаш;«Правило креста»или квадрат Пирсона.

**Решение задач с использованием таблиц**

**Учитель**

При решении большинства задач рассматриваемого вида, удобнее использовать таблицу, которая нагляднее и короче обычной записи с пояснениями. Зрительное восприятие определенного расположения величин в таблице дает дополнительную информацию, облегчающую процесс решения задачи и её проверки. Самый распространённый тип задач, где из двух смесей (сплавов, растворов) получают новую смесь (сплав, раствор).

Решают эти задачи с помощью таблицы.Слайд 8

Далее решения рассматриваются с помощью презентации. Слайд 9-12

**Задача 1.** Смешали 4 л 15%-ного раствора соли с 5 л 20%-ного соли к смеси добавили 1 л чистой воды. Какова концентрация полученной смеси?

Решение.

Запишем условие задачи в виде таблицы, считая, что чистая вода это раствор, содержащий 0 литров соли.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1-й раствор | | 2-й раствор | | 3-й раствор | | смесь | |
| вода |  |  |  |  |  | 100 % |  |  |
| соль |  | 15% |  | 20% |  | 0% |  |  |
| раствор | 4 л | 100% | 5 л | 100 % | 1 л | 100% |  |  |

а) найти объем соли в каждом из трех растворов;

б) найти объем соли в смеси;

в) найти объем смеси;

г) найти отношение объема соли, содержащейся в смеси и объема самой смеси и выразит это отношение в процента.

1. Объем соли в 1-м растворе. 40, 0,15 = 0,6 (л);

2. Объем соли в 2-м растворе . 50,2 = 1 (л);

3. Объем соли в смеси. 0,6 + 1 + 0 = 1,6(л);

4. Объем смеси. 4 + 5 + 1 = 10(л);

5. Концентрация соли в смеси. (1,6 : 10)100 =16%.

Ответ: 16%.

**Ученик у доски.**

**Задача 2.** Первоначально влажность зерна составляла 25%. После того как

200 кг зерна просушили, оно потеряло в массе 30 кг. Вычислить влажность просушенного зерна.

Решение.

В данной ситуации мы имеем дело не с раствором, а со смесью "твердого" зерна и воды. Запишем условие задачи в виде таблицы, учитывая тот факт, что сушка приводит к уменьшению массы воды в смеси и массу самой смеси.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 сплав | | 2 сплав | |
| вода |  | 25 % |  | ? |
| зерно |  |  |  |  |
| смесь | 200 кг | 100 % | 200-30 | 100 % |

1. Масса воды в 1-й смеси 200 0,25 = 50 (кг);

2. Масса 2-й смеси 50 - 30 = 20 (кг);

3. Масса второй смеси 200 - 30 = 170 (кг);

4. Процент влажности второй смеси (20:170)100 =11,8%.

Ответ: 11,8%.

**Учащиеся разбиты на две группы. Решить задачи с помощью уравнения, с последующей защитой у доски.**

**Задача 3.** Сколько килограммов олова нужно добавить к куску бронзы массой 4 кг и содержащему 15% олова, чтобы повысить содержание в нем олова до 25% от общей массы?

Решение.

Запишем условие задачи в виде таблицы, считая, что смешали два сплава, причем второй сплав содержит 100% олова и не содержит остальных компонентов.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 сплав | | 2 сплав | | Новый сплав | |
| олово |  | 15 % |  | 100 % |  | 60 % |
| остальные компоненты |  |  |  | 0 % |  |  |
| сплав | 4 кг |  |  |  |  |  |

В данной задаче известно процентное содержание компонента, поэтому мы можем количество этого компонента во втором сплаве считать равным х кг и выразить отношение массы олова в новом сплаве к массе сплава через х .

1. Масса олова в первом сплаве 4 0,15 =0,6 (кг);

2. Масса олова во втором сплаве х (кг);

3. Масса олова в новом сплаве 0,6 + х (кг);

4. Масса второго сплава х (кг);

5. Масса нового сплава 4 + х (кг);

6. Отношение массы олова в новом сплаве к массе нового сплава

(0,6 + х):(4 + х), по условию задачи оно должно быть равно 0,6.

(0,6 + х):(4 + х) = 0,6.

5(0,6 + х) = 3(4 + х);

5х - 3х = 12 - 3;

х = 4,5.

Ответ: 4,5 кг.

**Задача 4.** Имеется 1 литр 6% раствора спирта. Сколько литров 3%-ного раствора спирта нужно добавить в первый раствор, чтобы получить 5% раствор.

Решение.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 сплав | | 2 сплав | | Новый сплав | |
| спирт |  | 6 % |  | 3 % |  | 5 % |
| вода |  |  |  | 0 % |  |  |
| раствор | 1 л | 100 % | ? | 100 % |  |  |

1. Объем спирта в 1-м растворе 10,06=0,06 (л).

2. Пусть объем второго раствора равен х л.

3. Объем спирта во втором растворе 0,03х (л).

4. Объем спирта в новом растворе (0,06 + 0,03х) л.

5. Объем нового раствора (1+ х) л.

Концентрация нового раствора (0,06 + 0,03х) : (1 + х).

По условию задачи она должна быть равной 0,05.

(0,06 + 0,03х) : (1 + х) = 0,05;

20(0,06 + 0,03х) = 1 + х;

х - 0,6х = 1,2 - 1;

х = 0,5;

Ответ: 0,5 л.

**Решение задач методом чаш**

**Учитель**

***Задача 1****.* Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?

Изобразим каждый из сплавов в виде прямоугольника, разбитого на два фрагмента (по числу составляющих элементов). Кроме того на модели отобразим характер операции – сплавление, поставим знак «+» между первым и вторым прямоугольниками. Поставив знак «=» между вторым и третьим прямоугольниками, мы тем самым показываем, что третий сплав получен в результате сплавления первых двух. Полученная схема имеет следующий вид:

Теперь заполняем получившиеся прямоугольники в соответствии с условием задачи:

1. Над каждым прямоугольником («маленьким») указываем соответствующие компоненты сплава. При этом обычно бывает достаточно использовать первые буквы их названия (если они различны). Удобно сохранять порядок соответствующих букв.
2. Внутри прямоугольников вписываем процентное содержание (или часть) соответствующего компонента. Понятно, что если сплав состоит из двух компонентов, то достаточно указать процентное содержание одного из них. В этом случае процентное содержание второго компонента равно разности 100% и процентного содержания первого.
3. Под прямоугольником записываем массу (или объем) соответствующего сплава (или компонента).

Рассматриваемый в задаче процесс можно представить в виде следующей модели- схемы:

медь

свинец

медь

свинец

свинец

медь

65%

=

+

30%

15%

200г

Решение.

Пусть **х** *г* – масса первого сплава. Тогда, (200-***х***)г – масса второго сплава. Дополним последнюю схему этими выражениями. Получим следующую схему:

свинец

свинец

свинец

медь

медь

медь

15%

65%

30%

**х**г

(200-**х)** г

200 г

+

=

Сумма масс меди в двух первых сплавах (то есть слева от знака равенства) равна массе меди в полученном третьем сплаве (справа от знака равенства):



Решив это уравнение, получаем х=140. При этом значении *х* выражение

200-х*=*60.Это означает, что первого сплава надо взять140 г, а второго-60г.

Ответ: 140г. 60г.

**Задача 2*.*** К некоторому количеству сплава меди с цинком, в котором эти металлы находятся в отношении 2:3, добавили 4 кг чистой меди. В результате получили новый сплав, в котором медь и цинк относятся как 2:1. Сколько килограмм нового сплава получилось?

Решение.

Прежде чем составлять схему, уточним, что в первом сплаве медь составляет , а в полученном сплаве - . Обозначим массу полученного сплава *х* кг, и внеся указанные части в соответствующие фрагменты схемы, получаем:

цинк

медь

медь

медь

цинк

2/5

1

*(x-4) кг*

*х* г

*4 кг*

*х кг*

2/5

2/3

+

=

Нетрудно составить уравнение, подсчитав количество меди слева от знака неравенства, и приравняв его к количеству меди, справа от него. Получаем уравнение: Решив его, получаем искомое значение: х=9.

Ответ: 9 кг.

**Работа в парах (какая пара быстрее решит задачу, та защищает свое решение у доски)**

***Задача 3.***Свежие абрикосы содержат 80 % воды по массе, а кураги (сухие абрикосы) – 12 % воды. Сколько понадобится килограммов свежих абрикосов, чтобы получить 10 кг кураги?

вода

вода

вода

с.в.

с.в.

20%

100%

88%

*х кг*

*х* г

*(10-х)кг*

*10 кг*

80%

12%



-

=

При высыхании абрикос испаряется вода, количество сухого вещества не меняется*.* Составим уравнение, подсчитав количество сухого вещества в левой и правой части схемы:

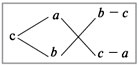
0,2х=8,8

х=44. Ответ:44кг.

**«Правило креста»или квадрат Пирсона**

**Учитель.**

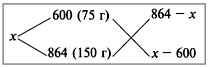
Этот метод хорошо использовать, при решении задач на смешивание растворов разных концентраций. В точке пересечения двух прямых обозначают концентрацию смеси. У концов этих прямых слева от точки пересечения указывают концентрации составных частей смеси, а справа – разности концентраций смеси и ее составных частей: Слайд 17-19



**Задача 1.** Сплавили два слитка серебра: 75 г 600-й и 150 г 864-й пробы. Определить пробу сплава.

Решение

Пусть проба сплава равна х, тогда составим диагональную схему:



Получаем:

(864 – х) : (х – 600) = 75 : 150 = 1 : 2;

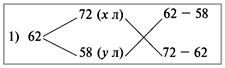
1728 – 2х = х – 600; х = 776.

Ответ: 776-й пробы.

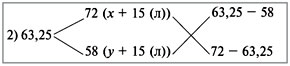
**Задача 2.** Смешали некоторые количества 72%-го и 58%-го растворов кислоты, в результате получили 62%-й раствор той же кислоты. Если бы каждого раствора было взято на 15 л больше, то получился бы 63,25%-й раствор. Сколько литров каждого раствора было взято первоначально для составления первой смеси?

Решение

Дважды используем диагональную схему:



Получаем: х : у = 4 : 10 = 2 : 5.



Получаем: (х + 15) : (y + 15) = 5,25 : 8,75 = 3 : 5.

Составим систему уравнений и решим ее:

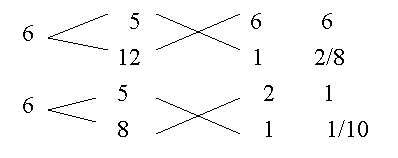
Ответ. В первой смеси было 12 л 72%-го раствора и 30 л 58%-го раствора.

**Учащийся дает короткую историческую справку и рассказывает о способе решения задачи с тремя веществами. Слайд 20,21**

Замечательный русский математик и педагог Леонтий Филиппович Магницкий (1669—1739) фамилию свою получил (1700) от Петра I за умение притягивать к наукам молодых людей. В начале 1701 г. была создана Школа математических и навигацких наук в Москве. Распоряжением царя Магницкий был назначен туда преподавателем математики. В этой школе он и работал до конца жизни. В 1703 г. Магницкий издал свою «Арифметику», представляющую собой для России того времени энциклопедию математических знаний. Она состояла из двух книг, содержащих в общей сложности 662 страницы. Многие задачи и их решения приведены в виде стихотворных поучений. Сборник получился настолько удачным, что более ста лет являлся основным учебным пособием по математике в России.

**Способ Л.Ф.Магницкого для трех веществ**

Некто имеет чай трех сортов – цейлонский по 5 гривен за фунт, индийский по 8 гривен за фунт и китайский по 12 гривен за фунт. В каких долях нужно смешать эти сорта, чтобы получить чай стоимостью 6 гривен за фунт?



Взять 6+2=8 частей чая ценой по 5 гривен и по одной части ценой 8 гривен и 12 гривен за один фунт. Возьмем 8/10 фунта чая ценой по 5 гривен за фунт и по1/10 фунта чая ценой 8 и 12 гривен за фунт, то получим 1 фунт чая ценой 8/105 + 1/108 + 1/1012 = 6 гривен.

**Каждому учащемуся предлагается решить одну задачу, используя рациональный способ, рассмотренный на этом занятии. Полученный результат занести в общий тест.**

* **Задачи для самопроверки. (Тест2)** (решается с использованием компьютерной программы)

1.Смешали 30 %-ный раствор соляной кислоты с 10 %-ным раствором и получили 600 г 15 %-ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Ответ: 150 г, 450 г.

2. Имеется кусок сплава меди с оловом массой 15 кг, содержащий 40% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому куску, чтобы получившийся новый сплав содержал 30 % меди?

Ответ: 5 кг.

3. В сплав магния и алюминия, содержащий 22 кг алюминия, добавили 15 кг магния, после чего содержание магния в сплаве повысилось на 33%. Сколько весил сплав первоначально?

Ответ: 25 кг.

4. Латунь − сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 60 кг больше, чем у цинка. Этот кусок латуни сплавили со 100 кг меди и получили латунь, в которой 70 % меди. Определите процент содержания меди в первоначальном куске латуни.

Ответ: 60 %.

5. Для приготовления лекарства потребовался 76 %-ный спирт. Провизор налил в колбу 220 г 95 %-ного спирта. Затем он отлил некоторое количество спирта и добавил в колбу столько же воды. Сколько грамм воды добавил провизор?

Ответ: 44 г.

6. Имеется два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 35%, а во втором – 60% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% золота?

Ответ: 4:1

7. В каких пропорциях нужно сплавить золото 375 пробы с золотом 750 пробы, чтобы получить золото 500 пробы?

Ответ: 2 части золота 375 пробы и 1 часть золота750 пробы.

8. Морская вода содержит 5 % соли по массе. Сколько частей пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы концентрация соли составляла 1,5 %?

Ответ: 7 частей пресной воды и 3 части морской воды.

9. В каких пропорциях нужно смешать раствор 50 % и 70 % кислоты, чтобы получить раствор 65 % кислоты?

Ответ:50% раствора кислоты-1 часть, 70% раствора кислоты-3 части .

10. Сплав олова с медью весом 12кг содержит 45% меди. Сколько чистого олова нужно добавить, чтобы получить сплав, содержащий 40% меди.

Ответ: 1,5 кг.

11. В свежих яблоках 80% воды, а в сушеных – 20%. На сколько процентов уменьшается масса яблок при сушке?

Ответ: на 75%

* **Рефлексия занятия.**

Беседа с учащимися о том, что нового и интересного они узнали на данном занятии. Предполагаемые ответы:

* Изучили способы решения задач на смеси и сплавы, расширив свои знания по математике
* Выяснили, что выбор способа решения, зависит от конкретной задачи
* Научились решать задачи, найденными способами
* Увидели красоту, сложность и притягательность данных способов, при решении  повседневных жизненных задач  бытового характера
* Закрепили навыки работы на компьютере

В конце урока можно дать ребятам небольшую анкету, которая позволяет осуществить самоанализ, дать качественную и количественную оценку занятия. Некоторые пункты можно варьировать, дополнять, это зависит от того, на какие элементы занятия обращается особое внимание. Можно попросить учащихся аргументировать свой ответ.

1. На занятии я работал

2.Своей работой на уроке я

3.Занятие для меня показалось

4.За занятие я

5.Мое настроение

6.Материал занятия мне был

доволен / не доволен

активно / пассивно

коротким / длинным

не устал / устал

стало лучше / стало хуже

понятен / не понятен

полезен / бесполезен

интересен / скучен

легким / трудным

интересно / не интересно

**Список литературы.**

1. И.Р.Высоцкий, Д.Д. Гущин и др. ЕГЭ 2024. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся /ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2024. – 96с.
2. О. Городнова Статья «Учимся решать задачи на «смеси и сплавы», г-та «Математика» №36 за 2020 г.
3. М.В. Лурье и др. Задачи на составление уравнений, изд-во «Наука», М., 1976 г.
4. Н.А. Терёшин Прикладная направленность школьного курса математики, «Просвещение», М., 2020 г.
5. А.В. Шевкин Школьные математические олимпиады, изд-во «Русское слово», 2022г.